Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z)) ├ ((¬X∨¬Y) ∨Z)**

Решение:

Преобразуем правую формулу, используя определение и коммутативность дизъюнкции :

**((¬X∨¬Y) ∨Z) = (¬Z →(¬¬X → ¬Y)**

Следовательно, необходимо доказать:

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z)) ├ (¬Z →(¬¬X → ¬Y))**

Согласно теореме дедукции, достаточно доказать, что:

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, ¬¬X ├ ¬Y**

а затем дважды применить теорему дедукции.

Следовательно, будем доказывать, что из гипотез (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, ¬¬X, выводимо ¬Y

|  |  |
| --- | --- |
| 1. (¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z) | *Гипотеза* |
| 1. ¬Z | *Гипотеза* |
| 1. **¬¬**X | *Гипотеза* |
| 1. ¬¬X&¬Z **=** ¬(¬X∨Z) | *свойства конъюнкции (2), (3),* закон Де Моргана |
| 1. ¬(Y&¬Z) = ¬Y ˅ ¬¬Z= ¬¬Z ˅¬Y | *MP (1)(4),* закон Де Моргана |
| 1. ¬¬¬Z→¬Y | *свойства конъюнкции (5)* |
| 1. ¬¬¬Z | *R3 (2)* |
| 1. ¬Y | *MP (6)(7)* |
|  |  |

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z), ¬Z, ¬¬X ├ ¬Y**

Дважды применив теорему дедукции, то есть устраняя вторую и третью гипотезы, получим требуемую секвенцию

**(¬(¬X∨Z) →¬(Y&¬Z) ├ Z˅( ¬X˅¬Y)**